

Пермский край
2025-2026 учебный год
ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
9 КЛАСС

Время выполнения заданий — 235 минут (3 часа 55 минут).

Максимальная оценка за выполнение всех олимпиадных заданий — 35 баллов (по 7 баллов за каждую задачу).

- 9.1. Карлсон, Малыш и фрекен Бок сыграли на плюшки две игры (в каждой игре побеждал ровно один). После каждой игры победитель забирал у каждого противника столько плюшек, сколько было у победителя перед началом этой игры. После двух игр у Карлсона стало 17 плюшек, у Малыша — 8 плюшек, а у фрекен Бок — 21 плюшка. Найдите все возможные значения количества плюшек у Карлсона перед началом первой игры. У каждого игрока перед началом первой игры и между играми было целое неотрицательное количество плюшек.
- 9.2. Найдётся ли три таких положительных действительных числа x , y и z , что $x + y + z = 1$ и $(1 - x)(1 - y)(1 - z) = 2xyz$?
- 9.3. Окружность, вписанная в прямоугольный треугольник ABC , касается катетов AC и CB соответственно в точках B_1 и A_1 и касается гипотенузы AB в точке C_1 . На отрезке AB_1 нашлась такая точка F , что $AF = CA_1$. Докажите, что $FA_1 \perp B_1C_1$.
- 9.4. Докажите, что при любом натуральном n число $7^n - 1$ не делится на число $6^n - 1$.
- 9.5. На острове живёт 500 человек, каждый из которых является либо рыцарем, либо лжецом, при этом на острове живёт хотя бы один рыцарь. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Путешественник, который не является ни рыцарем, ни лжецом, хочет выяснить, кто из жителей рыцарь, а кто лжец. Он может раз в день выбрать любую группу жителей, собрать их в одном зале и спросить у каждого, сколько лжецов в зале (каждый житель острова знает про остальных, кто рыцарь, а кто лжец; каждый опрошенный называет в ответ число). За какое наименьшее количество дней путешественник гарантированно сможет узнать про каждого жителя, рыцарь тот или лжец?